Bases ejer. 9 capitulo 6.4 Algebra de kolman

BY JASON RINCÓN

Sea dado el siguiente subconjunto de.

$$F = \{\ t^2 + t\ ,\ t - 1\ ,\ t + 1\}$$

Determinar si es una base para P2 y luego exprese :

$$5\,t^2 - 3\,t + 8$$

como combinación lineal del vector.

PLAN :

- Se demuestra si el subconjunto es linealmente independiente asignando constantes (c_n) a cada uno de los vectores formando la combinación lineal del sistema.
- Si el conjunto es linealmente independiente se realiza el siguiente paso y si no es linealmente independiente se afirma que no es base.
- Se demuestra si el subconjunto F es generador de P_2 determinando constantes (a_n) tales que:

$$a\,t^2 + b\,t + c = \left[a\,,b\,,c\right]\cdot[F]$$

- Se analiza el resultado.

Procedimiento.

1. Constantes (c_n).

$$c_1\,(t^2 + t\,) + c_2\,(\,t - 1\,) + c_3\,(\,t + 1\,) = 0$$

$$c_1\,t^2 + (c_1 + c_2 + c_3)t + (-c_2 + c_3) = 0$$

se plantea el sistema homogeneo ampliado con el vector cero y se realiza Gauss Jordan.

$$c_1 = 0$$

$$c_1 + c_2 + c_3 = 0$$

$$-c_2 + c_3 = 0$$

```
----------------------------------------------------------------------
| SAGE Version 3.1.1, Release Date: 2008-08-17                       |
```

```
| Type notebook() for the GUI, and license() for information.        |
----------------------------------------------------------------------
SAGE Version 3.1.1, Release Date: 2008-08-17
sage] A = matrix (QQ,[[1,0,0,0],[1,1,1,0],[0,-1,1,0]])
sage] A
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

```
sage] A.echelon_form()
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

```
sage]
```

Debido a que la solución del sistema lineal es trivial el subconjunto es linealmente independiente.

2. Constantes (c_n).

$$a_1\,(t^2+t)+a_2(t-1)+a_3\,(t+3)= a\,t^2\;+\;\mathrm{bt}\;+c$$

$$a_1 \qquad\qquad = \;a$$

$$a_1+c_2\;+c_3\;=\;b$$

$$-\,c_2\;+\;c_3\;\;=\;c$$

Se realiza Gauss Jordan a la matrix y se analiza el reultado.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{a}{2}+\frac{b}{2}-\frac{c}{2} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{(a-b-c)}{2} \end{pmatrix}$$

El resultado es el siguiente.

$$a_1 = a$$

$$a_2 \;=\; -\frac{a}{2}+\frac{b}{2}-\frac{c}{2}$$

$$a_3 \;=\; -\frac{a}{2}+\frac{b}{2}+\frac{c}{2}$$

Por lo tanto F es base de P_2.